دار المنظومة
DAR ALMANDUMAH
الرواد في قواعد المعلومات العربية

العنوان:	مقارنة طرائق تقدير معلمات ودالة معولية توزيع كاما ذي المعلمتين في حالة البيانات المفقودة باستخدام المحاكاة
المؤلف الرئيسي:	وادي، أوات سردار
مؤلفين آخرين:	رشيد، ظافر حسين(مشرف)
التاريخ الميلادي:	2007
موقع:	بغداد
الصفحات:	1 - 97
رقم MD:	823338
نوع المحتوى:	رسائل جامعية
اللغة:	Arabic
الدرجة العلمية:	رسالة ماجستير
الجامعة:	جامعة بغداد
الكلية:	كلية الادارة والاقتصاد
الدولة:	العراق
قواعد المعلومات:	Dissertations
مواضيع:	الإحصاء، التقدير الاحصائي، تقدير المعلمات، الدالة المعولية، توزيع غاما
رابط:	http://search.mandumah.com/Record/823338

© 2021 دار المنظومة. جميع الحقوق محفوظة.
هذه المادة متاحة بناء على الإتفاق الموقع مع أصحاب حقوق النشر، علما أن جميع حقوق النشر محفوظة. يمكنك تحميل أو طباعة هذه المادة للاستخدام الشخصي فقط، ويمنع النسخ أو التحويل أو النشر عبر أي وسيلة (مثل مواقع الانترنت أو البريد الالكتروني) دون تصريح خطي من أصحاب حقوق النشر أو دار المنظومة.

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة بغداد
كلية الإدارة والاقتصاد

مقارنة طرائق تقدير معلمات ودالة معولية توزيع كاما ذي المعلمتين في حالة البيانات المفقودة باستخدام المحاكاة

رسالة مقدمة
الى مجلس كلية الإدارة والاقتصاد– جامعة بغداد
وهي جزء من متطلبات نيل درجة ماجستير علوم في الإحصاء

من قبل
آوات سردار وادي

بإشراف الأستاذ الدكتور
ظافر حسين رشيد

١٤٢٨هـ ٢٠٠٧ م

University of Baghdad
College of Administration & Economics
Higher Education

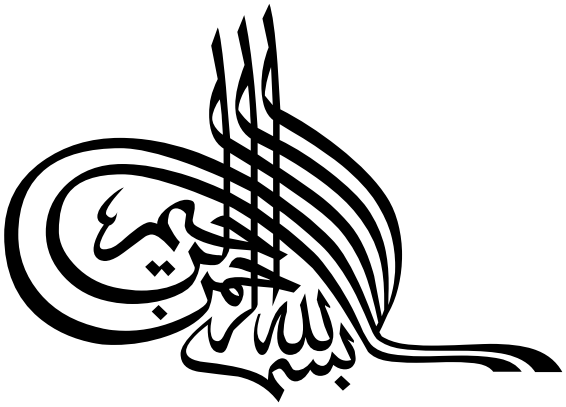
Comparing the Estimation Methods of the Parameters and the Reliability Function for the Two Parameters Gamma Distribution in Case of Missing Data by Using Simulation

A thesis Submitted to
The Council of College of Administration and Economics in Baghdad University as Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Science in Statistics

By
Awat Sirdar Wahdi

Supervised By
Prof. Dr.
Dhafer Hussein Rasheed

Baghdad ٢٠٠٧



يَرْفَعْ اللَّهُ الَّذِينَ آمَنُوا مِنْكُمْ وَالَّذِينَ أُوتُوا
الْعِلْمَ دَرَجَاتٍ وَاللَّهُ بِمَا تَعْمَلُونَ خَبِيرٌ

سورة المجادلة: من الآية ١١

إقرار المشرف

أشهد بان إعداد هذه الرسالة الموسومة **(مقارنة طرائق تقدير معلمات ودالة معولية توزيع كاما ذي المعلمتين في حالة البيانات المفقودة باستخدام المحاكاة).** والمقدمة من قبل الطالبة آوات سردار وادي جرى تحت إشرافي في قسم الإحصاء– كلية الإدارة والاقتصاد– جامعة بغداد، وهي جزء من متطلبات نيل درجة ماجستير علوم في الإحصاء.

الأستاذ الدكتور

ظافر حسين رشيد

توصية لجنة الدراسات العليا

بناءاً على توصية المشرف، أرشح الرسالة للمناقشة.

التوقيع:

أ.د. ظافر حسين رشيد

رئيس لجنة الدراسات العليا في قسم الإحصاء

التاريخ: / /٢٠٠٧

إقرار الخبير اللغوي

أشـهد أن الرسـالة الموسـومة **(مقارنـة طرائـق تقـدير معلمـات ودالـة معوليـة توزيـع كاما ذي المعلمتين في حالة البيانات المفقودة باستخدام المحاكـاة)** قد جرى مراجعتها وتصحيحها لغوياً ولأجله وقعت.

الخبير اللغوي

المدرس الدكتور خولة عبد الحميد

/ /٢٠٠٧

إقرار لجنة مناقشة

نشـــهد بأننـــا أعضـــاء لجنـــة المناقشـــة اطلعنـــا علـــى الرســـالة الموســـومة **(مقارنـة طرائـق تقدير معلمـات ودالـة معوليـة توزيـع كامـا ذي المعلمتين فـي حالـة البيانـات المفقـودة باسـتخدام المحاكـاة)** وناقشـنا الطالبـة **آوات سـردار وادي** فـي محتوياتها وفيما لـه علاقـة بهـا ونعتقد بأنهـا جديرة بنيـل درجـة ماجستير علـوم فـي الإحصاء وبتقدير **(إمتياز)**.

أ.م.د. احسان كاظم شريف	**أ. م. د بشرى علي الجعفري**
رئيساً	**عضواً**
/ /٢٠٠٧	/ /٢٠٠٧

أ.م.د عماد حازم عبودي	**أ. د. ظافر حسين رشيد**
عضواً	**عضواً (المشرف)**
/ /٢٠٠٧	/ /٢٠٠٧

مصادقة مجلس كلية الإدارة والاقتصاد

صادق مجلس كلية الإدارة والاقتصاد على قرار لجنة المناقشة.

الدكتور

محمد علي موسى المعموري

عميد كلية الإدارة والاقتصاد

الإهداء

الى حبيب رب العالمين

يا من أرسل رحمة للعالمين. . . الصادق الأمين محمد

صلاةً وسلاماً

الى روح من غرس في نفسي حب العلم. . . روح والدي

رحمة ومغفرة

الى نبع المحبة والحنان والعطاء

من أنارت دربي بالدعاء. . . أمي

حباً واعتزازاً

الى سندي وخير عون في مشواري. . . أخوتي وأخواتي

فخراً وتقديراً

اهدي ثمرة جهدي المتواضع هذا

آوات

شكر وتقدير

الحمد لله حق حمده والصلاة والسلام على خير خلقه أجمعين محمد واله الطيبين الطاهرين وأصحابه المنتجبين.

يطيب لي وقد انتهيت من إعداد هذه الرسالة أن أتقدم بخالص شكري وعظيم احترامي وتقديري الى أستاذي الفاضل الدكتور ظافر حسين رشيد أمد الله في عمره لتفضله بالإشراف على رسالتي هذه، فكان لي خير موجه وأمدني بنصائحه العلمية القيمة التي كان لها الدور الكبير في إنجاز هذه الرسالة.

كما يسعدني ويشرفني ان أتقدم بوافر الشكر والتقدير الى أساتذتي الأفاضل، رئيس وأعضاء لجنة المناقشة لتفضلهم بالموافقة على مناقشة هذه الرسالة وما أبدوه من توجيهات وآراء علمية قيمة أغنت البحث.

كما أتقدم بجزيل الشكر والتقدير الى جميع أساتذة قسم الإحصاء الأفاضل في جامعة بغداد للجهود التي قدموها خلال مدة الدراسة.

وعرفانا مني بالجميل أتقدم بشكري وتقديري للأستاذ الدكتور سليم ذياب السعدي جزاه الله عني خير الجزاء.

كما أقدم شكري وتقديري الى جميع زملائي في الدراسات الأولية والعليا واخص بالذكر حلا سلمان، إيناس، بيداء، أسيل ناصر، أسيل محمود، حلا كاظم، أمل، صبا، أسماء، ميسون، سهام والإخوة جاسم، ستار، ناظم، سلام، خليل، يوبرت.

وأقدم شكري وتقديري الى موظفي قسم الإحصاء وقسم الدراسات العليا وكذلك منتسبي المكتبة في كلية الإدارة والاقتصاد بجامعة بغداد.

وأخيراً أتوجه بالشكر والتقدير والامتنان الى أفراد عائلتي وكل من أعانني في إتمام دراستي من الأهل والأصدقاء.

وأسال الله تعالى أن يوفق الجميع

الباحثة

المستخلص

إن أغلب طرائق التقدير الإحصائية تفترض توفر بيانات تامة المشاهدات للعينات المدروسة، وقد بنيت جميع الطرائق على هذا الأساس. ولكن في الكثير من الظواهر الطبيعية، والاقتصادية، والاجتماعية وغيرها تتعرض جزء من بيانات هذه الظواهر الى الفقدان وتختلف أسباب الفقدان فمنها ما يكون متعمداً بسبب الكلفة العالية أو المخاطرة أو بسبب عدم توفر الإمكانيات، ومنها ما يكون غير متعمد مثل تعطل أجهزة التسجيل أو بسبب عدم توفر المستلزمات الضرورية لعملية الإنتاج أو بسبب الكوارث الطبيعية والحروب وغيرها، ومهما اختلفت أسباب الفقدان وتعددت فإننا سنواجه مشكلة معقدة وغير بسيطة وهي أن المشاهدات والبيانات تكون غير تامة Incomplete وفي هذه الحالة يجب معالجة هذه المشكلة من خلال استخدام الطرائق الإحصائية التي تعنى بالبيانات غير التامة.

ومن البيانات التي غالبا ما تحتوي على مشاهدات مفقودة هي بيانات أوقات الفشل الخاصة بالمركبات المفردة في النظام التي يتم تسجيلها من قبل موظفي الصيانة والمشغلين، وترجع معظم أسباب الفقدان الى أن عداد الوقت يسجل للنظام ككل وليس للمركبات المفردة في النظام، فضلاً عن أن مسؤولية موظفي الصيانة هي صيانة الأنظمة أو الأجهزة حين الفشل وليس تسجيل بيانات. وعليه في حالة وجود فقدان في تسجيل أوقات الفشل المفردة الخاصة بالمركبات، وفي حالة كون البيانات المتاحة تمثل العدد الكلي لمرات الفشل والعدد التجميعي لساعات الاشتغال من غير الممكن ملائمة توزيعات أوقات الفشل الشائعة وبالتالي من غير الممكن استخدام الطرائق المألوفة في التقدير. لذلك عمل بعض الباحثين على معالجة هذه المشكلة من خلال تطوير واشتقاق طرائق لتقدير المعلمات ودالة المعولية باستخدام هذا النوع من البيانات غير القياسية ولمختلف توزيعات أوقات الفشل.

لذا تم في هذه الرسالة بحث أحد أهم التوزيعات الواسعة الاستخدام والتطبيق في مجال المعولية ونظرية البقاء الذي غالبا ما يستخدم كأنموذج لتوزيع أوقات الفشل في الأنظمة الكهربائية، والميكانيكية، والكهروميكانيكية وهو توزيع كاما ذي المعلمتين Two Parameters Gamma Distribution إذ تم تقدير المعلمات ودالة المعولية لهذا التوزيع في حالة البيانات المفقودة وذلك باستخدام اثنين من الطرائق المهمة وهما:

طريقة الامكان الأعظم (Maximum Likelihood Method) والتي تضمنت ثلاث طرائق لحل معادلات الإمكان غير الخطية التي يتم الحصول من خلالها على ثلاث مقدرات للإمكان الأعظم وهي:

طريقة نيوتن– رافسن وطريقتين تم تطويرهما في هذه الرسالة لتلائم حالة البيانات المفقودة وهما تطوير طريقة (Thom) وتطوير طريقة (Sinha)، فضلاً عن تطوير طريقة أخرى تعتمد على توزيع كاما ذي المعلمات الثلاث في إيجاد مقدرات الإمكان الأعظم وهي تطوير طريقة (Bowman, Shenton and Lam) وطريقة التقلص (Shrinkage Method). وتم إجراء مقارنة بين أفضلية هذه الطرائق في الجانب التجريبي من خلال أسلوب المحاكاة باستخدام طريقة مونت كارلو (Monte Carlo) وإجراء عدة تجارب مستخدمين اثنين من المقاييس الإحصائية المهمة وهي متوسط مربعات الخطأ (MSE) ومتوسط الخطأ النسبي المطلق (MAPE). وتم التوصل بشكل عام الى أن طريقة (Thom) المطورة هي الأفضل من بين هذه الطرائق لتقدير دالة المعولية لإمتلاكها أقل متوسط مربعات خطأ تكاملي وأقل متوسط خطأ نسبي مطلق تكاملي مقارنة بالطرائق الاخرى.

Abstract

Most of the statistical estimation methods depend on the availability of the complete data of the observations of the samples under study. All the statistical methods are based on this basis. However, part of the data of most of the natural, economic and social phenomena is prone to be missed for several reasons. The missing of the data may happen intentionally because of the high costs, risks or the lack of capabilities or unintentionally because of the failure of the recorders, the lack of the necessary requirements of production, the natural disasters, wars etc. Regardless of the various reasons, the incomplete data gives arise to a complex problem, which must be resolved by using statistical methods that deal with the incomplete data.

In most cases, the failure times data of the individual component in the system has missing observations. Most of the reasons of having missing data go back to the meter, which registers the failure times of the whole system instead of a single component. Furthermore, the maintenance employees and the operators, who register the data, are responsible for maintaining the systems or the engines which fail to operate; they are not responsible for registering the data. Hence, it is not possible to have a convenient distribution of failure times because of the missing data of the individual component during the registration and because the available data represent the whole number of the failure times and the accumulative number of the operating. Consequently, the familiar methods of estimation are inconvenient. Therefore, some researchers derive and develop certain methods to estimate the parameters and Reliability

Function using this kind of non-standard data for the various distributions of failure times.

The research studies the Two Parameters Gamma Distribution, which is considered one of the most important, applicable and widely used distributions in the reliability realm and Survival Theory. It is mostly used as a model to distribute the failure times of the electrical, mechanical and electromechanical systems. The estimation of the parameters and the Reliability Function of this distribution in case of missing data has been made by using two important methods: the Maximum Likelihood Method and the Shrinkage Method. The former one consists of three methods to solve the MLE non-linear equation by which the estimators of the maximum likelihood can be obtained: Newton-Raphson, Thom and Sinha methods. Thom and Sinha methods are developed by the researcher to be suitable in case of missing data. Furthermore, the Bowman, Shenton and Lam Method, which depends on the Three Parameters Gamma Distribution to get the maximum likelihood estimators, has been developed. A comparison has been made between the methods in the experimental aspect to find the best method through simulation by using the Monte Carlo Method. Several experimentations have been made by using two of the important statistical measures: Mean Square Error (MSE) and Mean Absolute Proportional Error (MAPE). Generally, the developed Thom Method is found to be the best one for the Reliability Function estimation because it has the minimum Integral Mean Square Error (IMSE) and the minimum Integral Mean Absolute Percentage Error (IMAPE) in comparison with the other methods.

قائمة المحتويات

الموضوع		الصفحة
الفصل الأول: المقدمة ومنهجية البحث		١-١٢
(١-١)	المقدمة	١
(١-٢)	هدف البحث	٣
(١-٣)	الاستعراض المرجعي	٤
(١-٤)	بعض المفاهيم الأساسية	٨
(١-٤-١)	دالة الكثافة للفشل	٩
(١-٤-٢)	دالة توزيع الفشل	٩
(١-٤-٣)	دالة المعولية	١٠
(١-٤-٤)	معدل الفشل (معدل الخطورة)	١١
الفصل الثاني: الجانب النظري		١٣-٣٨
(٢-١)	توزيع كاما العام وتوزيع كاما ذي المعلمتين	١٣
(٢-٢)	توزيع كاما ذي المعلمتين في حالة البيانات المفقودة	١٩
(٢-٢-١)	صفات بيانات الحقل	١٩
(٢-٢-٢)	أوقات الفشل المفقودة	٢٠
(٢-٢-٣)	توزيع أوقات الفشل التجميعية	٢١
(٢-٣)	تقدير معلمات ودالة معولية توزيع كاما ذي المعلمتين في حالة البيانات المفقودة	٢٤
(٢-٣-١)	التقدير بطريقة الإمكان الأعظم	٢٤
(٢-٣-١-١)	طريقة نيوتن- رافسن	٢٧
(٢-٣-١-٢)	تطوير طريقة Thom	٢٨

	الموضوع	الصفحة
(٢-٣-١-٣)	تطوير طريقة Sinha	٢٩
(٢-٣-١-٤)	تطوير طريقة Bowman, Shenton and Lam	٣١
(٢-٣-٢)	طريقة التقلص	٣٥
	الفصل الثالث: الجانب التجريبي	٣٩-٨٧
(٣-١)	المقدمة	٣٩
(٣-٢)	مفهوم المحاكاة	٣٩
(٣-٣)	مراحل بناء تجربة المحاكاة	٤١
(٣-٣-١)	المرحلة الأولى- تحديد القيم الافتراضية	٤١
(٣-٣-٢)	المرحلة الثانية- توليد البيانات	٤٣
(٣-٣-٣)	المرحلة الثالثة- إيجاد التقديرات	٤٤
(٣-٣-٤)	المرحلة الرابعة- المقارنة بين طرائق التقدير	٤٤
(٣-٤)	تحليل نتائج عملية المحاكاة	٤٥
	الفصل الرابع: الاستنتاجات والتوصيات	٨٨-٩٠
(٤-١)	الاستنتاجات	٨٨
(٤-٢)	التوصيات	٩٠
	المصادر	٩١-٩٥
	الملحقات	١-٣٧

الفصل الاول

المقدمة ومنهجية البحث

الفصل الأول
المقدمة ومنهجية البحث

(1-1) المقدمة: *Introduction*

إن التطور الذي يشهده العالم خاصة في حقل العلم والتكنولوجيا أدى الى ظهور الكثير من الأجهزة الالكترونية، والمعدات، والمكائن المعقدة التي تستخدم في مجالات عديدة مثل الطب، وحقول الاتصالات، والملاحة الفضائية، وغيرها.

وبطبيعة الحال فأن هذه الأجهزة قابلة للعطل وهذا من شأنه أن يوقف العمل بها مما يؤدي الى تزايد النفقات وانخفاض الإنتاج، وبالتالي الى خسائر بشرية ومعنوية ومادية وضياع في الوقت وأضراراً أخرى. لذلك فأن قياس معولية أي جهاز من شأنه أن يكون أساساً لتطوير معظم هذه الأجهزة.

ومن هنا تأتي أهمية موضوع المعولية (Reliability) في حياتنا العملية إذ أن معرفة حالات عطل أنظمة المعدات والمكائن أو فشلها يقلل كلفة إنتاجها وصيانتها، كما ان لها أهمية في حماية ودرء الخطر عن حياة الإنسان وذلك من خلال تقييم أداء هذه الأنظمة وكفاءتها.

وخلال السنوات الماضية كان هناك العديد من البحوث حول تقدير المعلمات ودالة المعولية للعديد من التوزيعات، وأنواع المراقبة مثل (التوزيع الأُسي، وتوزيع كاما، وتوزيع ويبل، والتوزيع الطبيعي) وذلك باستخدام طرائق التقدير المختلفة ومنها (MLE، العزوم Moments، بيز Bayes... الخ) وذلك في حالة البيانات الكاملة (البيانات القياسية) أي عندما تكون أوقات الفشل المفردة للمركبات غير مفقودة.

ولكن غالباً ما تكون بيانات الحقل مرتبطة بتفاصيل مفقودة أي أن وقت الفشل الفعلي للمركبة لا يتم تسجيله وذلك لان عداد الوقت يسجل للنظام ككل وليس للمركبات المفردة ضمن النظام فضلاً عن أن مسؤولية موظفي الصيانة هي صيانة الأنظمة أو الأجهزة حين الفشل وليس تسجيل بيانات.

وعليه في حالة البيانات المفقودة وعند توفر بيانات عن العدد الكلي للفشل والعدد التجميعي لساعات الاشتغال تنشأ مجموعة من البيانات غير القياسية، وفي هذه الحالة من غير الممكن ملائمة توزيعات أوقات الفشل الشائعة، لان تحديد أنموذج الفشل الملائم يعتمد على أوقات الفشل المفردة الخاصة بالمركبة. وبالتالي من غير الممكن استخدام طرائق التقدير المألوفة.

لذا فأن الظروف الآنفة الذكر أجبرت الباحثين على وضع افتراضات مبسطة غير جوهرية للتمكن من استخدام هذا النوع من البيانات غير القياسية، وذلك بتطوير واشتقاق طرائق تعتمد على بيانات لم يتم فيها تسجيل أوقات فشل مفردة وتعد هذه الطرائق ذات أهمية كبيرة لمجموعة البيانات التي لم تحلل بشكل كافٍ.

ولبيان مضمون هذه الرسالة نشير الى أنها قسمت الى أربعة فصول، تناول الفصل الأول المقدمة وهدف البحث واستعراض مرجعي عن بعض البحوث ذات العلاقة بالبحث وبعض المفاهيم الأساسية عن موضوع المعولية وبعض دوال الفشل المرتبطة بها.

اما الفصل الثاني فقد تناول الجانب النظري الذي تم فيه إيضاح صفات بيانات الحقل وأوقات الفشل المفقودة وتوزيع أوقات الفشل التجميعية وكذلك استعراض بعض الطرائق المختلفة لتقدير المعلمات ودالة المعولية لتوزيع كاما ذي المعلمتين في حالة البيانات المفقودة.

الفصل الثالث تم فيه شرح المبادئ الأساسية للمحاكاة ومن ثم استعراض لمراحل بناء تجربة المحاكاة الخاصة بالبحث تلاها عرض نتائج تجربة المحاكاة وتحليلها للوصول

الى أفضل الطرائق في تقدير المعلمات ودالة المعولية لتوزيع كاما ذي المعلمتين في حالة البيانات المفقودة بالاعتماد على اثنين من المعايير الإحصائية المهمة وهي متوسط مربعات الخطأ (MSE) ومتوسط الخطأ النسبي المطلق (MAPE).

وأخيراً تضمن الفصل الرابع أهم الاستنتاجات والتوصيات التي توصلت إليها الباحثة في ضوء نتائج البحث.

(١-٢) هدف البحث: *Purpose of Search*

إن هدف البحث الأساس هو المقارنة ما بين طرائق تقدير معلمات ودالة معولية توزيع كاما ذي المعلمتين في حالة البيانات المفقودة، فضلاً عن تطوير بعض الطرائق واشتقاقها لتلائم حالة البيانات المفقودة.

وقد شملت المقارنة اثنين من الطرائق المهمة وهما: طريقة الإمكان الأعظم التي تضمنت ثلاث طرائق يتم الحصول من خلالها على ثلاث مقدرات للإمكان الأعظم وهي طريقة نيوتن- رافسن، وتطوير طريقة (Thom)، وتطوير طريقة (Sinha) فضلاً عن تطوير طريقة يتم فيها استخدام توزيع كاما ذي المعلمات الثلاث للحصول على مقدرات الإمكان الأعظم وهي تطوير طريقة (Bowman, Shenton and Lam)، وطريقة التقلص بهدف اختيار أفضل طريقة للتقدير وذلك بافتراض عدد من النماذج خلال المحاكاة وباستخدام معيارين من المعايير الإحصائية وهي متوسط مربعات الخطأ (MSE) ومتوسط الخطأ النسبي المطلق (MAPE)، فضلاً عن استخدام متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) ومتوسط الخطأ النسبي المطلق التكاملي (IMAPE) لغرض المقارنة بين أفضلية طرائق تقدير دالة المعولية.

(١-٣) الاستعراض المرجعي: *Review of Literature*

يتضمن هذا البند استعراضاً مرجعياً للمواضيع ذات العلاقة بهذا البحث بدء بطرائق التقدير والتطبيقات العملية لها واهم التوزيعات المستخدمة في التطبيقات منذ عام ١٩٦٩ وإنتهاء بأحدث ما تمكن الحصول عليه حتى عام ٢٠٠٥ للاستفادة من المعلومات التي وردت فيها لإغناء هذا البحث.

عام ١٩٦٩ استخدم (Choi, Wette)[١١] طريقة نيوتن- رافسن (Newton- Raphson) العددية لتقدير معلمة الشكل في توزيع كاما من خلال معادلات الإمكان غير الخطية، كما استخدم الباحثان طريقة التسجيل (Scoring Method لـ(١٩٥٢) Rao) المشابهة لطريقة نيوتن- رافسن وذلك في حالة معلمتين وتم حساب التحيز للمقدرات وتبايناتها بهذه الطريقة باستخدام اسلوب المحاكاة وذلك بتوليد أرقام عشوائية ذات توزيع كاما، حيث كانت أحجام العينة (n = ٤٠,١٢٠,٢٠٠) وقيم معلمة الشكل (μ = ١,٢,٣,٥,٧) وقيمة المعلمة (λ=١) وكان التكرار مساوياً الى (١٠٠) تكرار.

عام ١٩٧٠ أكد (Shenton, Bowman)[٢٧] أن مقدرات (Thom) لمعلمات توزيع كاما ذي المعلمتين هي من أبسط مقدرات الإمكان الأعظم وتبدو كأنها تقريبات مقاربة لمقدرات الإمكان الأعظم الأخرى، ولعموم فضاء العينة وذلك على الرغم من التحيز التقريبي الطفيف حتى في العينات الكبيرة لهذه المقدرات.

وكانت نتائج استخدام تجارب المحاكاة لمقارنة مقدرات (Thom) كالآتي:

١- يمكن ملاحظة التحسن في تباينات مقدرات (Thom) نسبة لتباينات مقدرات الإمكان الأعظم الأخرى عندما (١ > μ ≥ ٠,١)، ويلاحظ زيادة التحسن في تباينات مقدر معلمة القياس منها عن مقدر معلمة الشكل.

٢- يكون هناك فرق طفيف ما بين تباينات مقدرات (Thom) ومقدرات (MLE) الأخرى عندما (μ ≥ ١).

عام ١٩٨٠ قدم (Miller)[٢١] بحثاً تضمن التحليل البيزي لمعلمة الشكل والقياس ومن ثم المتوسط لتوزيع كاما ذي المعلمتين، وقد انصب اهتمام الباحث على التوزيعات الأولية المرافقة والفعالة لغرض تبسيط التحليل العددي للتوزيعات اللاحقة والتي لها أهمية كبيرة عند المقارنة بين الاستدلال البيزي وغير البيزي.

عام ١٩٨٢ قام (Dey)[١٤] بتطوير أنموذج محاكاة لملاحظة سلوك البيانات التراكمية، واختبار فرضية التوزيع الأُسي وذلك باستخدام البيانات ذات الصفات المفقودة.

عام ١٩٨٥ قدر (Pandey, Upadhyay)[٢٤] معلمات توزيع ويبل ذي المعلمتين وذلك باستخدام تقديرات بيز في دالة التقلص، أي ان:

$$\tilde{\theta} = k\hat{\theta}_{\beta} + (1-k)\theta_{\circ}$$

إذ أن:

$\hat{\theta}_{\beta}$: تقدير بيز للمعلمة θ.

$\theta_{\circ}$: المعلومات المسبقة حول المعلمة θ.

وفي حالة كون معلمة الشكل فقط غير معلومة وكذلك عندما تكون معلمتي الشكل والقياس غير معلومتين، وقد وجدا بأن مقدر بيز للتقلص أفضل من مقدر التقلص إذا تم استخدام مقدر غير متحيز.

عام ١٩٨٨ قام (Usher and Hodgson)[٣٠] بالتعبير عن طريقة عامة لتقدير معولية المركبات لبيانات اختبار الحياة لنظام محتجب (Masked System). وطور دالة الإمكان لنظام متوالي مؤلف من J من المركبات ومن ثم طبق الاقتراح على نظام متوالي مؤلف من ثلاث مركبات وان طول الحياة لكل مركبة يتبع التوزيع الأُسي. واشتق صيغ مغلقة لمقدرات الإمكان الأعظم (MLEs) باستخدام الطرائق العددية البسيطة.

عـــام ١٩٩٤ قامـــت (وارتـــان، غـــادة يوســـف)[٧] بتقـــدير دوال البقـــاء (Survival Function) لتوزيـع ويبـل ذي المعلمتين بإستخدام الطرائـق المعلميـة واللامعلميـة لدالـة الإمكـان الأعظـم وذلـك فـي حـالات كـون البيانـات كاملـة او غيـر كاملـة ومـن ثـم اجـري تطبيـق عملـي لحسـاب دوال البقـاء لمرضـى التهـاب الكبـد الفيروسي.

عـام ١٩٩٨ أجـرى (الهنـدي، عـدي وليـد تيـودور)[٦] دراسـة مقارنـة لطريقتـي الإمكـان الأعظـم والعـزوم لتقـدير معلمـات دالـة توزيـع كامـا لحسـاب المعوليـة كمـا اسـتعرض مجموعـة مـن المعالجـات لحـل مشـكلة المعـادلات غيـر الخطيـة الناتجـة عن استخدام طريقة الإمكان الأعظم إذ تمت المقارنة بين طرائق التقدير باستخدام المحاكـاة عـن طريـق توليـد أرقـام عشـوائية ذات توزيـع كامـا ذي المعلمتـين ومـن ثـم تقـدير دالـة المعوليـة ومتوسـط العمـر البـاقي لأوقـات مـا بـين العطـلات (ذات توزيـع كامـا ذي المعلمتين) الخاصـة ببعض مكـائن معملـي المراوح ومحـولات التوزيـع فـي منشـأة القادسـية العامـة للصـناعات الكهربائيـة فـي ديـالى وذلـك بإسـتخدام المقدر الأفضل الذي اثبت كفاءته خلال عملية المحاكاة.

عام ١٩٩٩ طور وبرهن (Coit and Dey)[١٢] اختبار فرضيات لتقييم افتراض توزيـع أُسـي فـي حالـة وجود أوقات فشل مفقودة، وذلك باستخدام بيانـات مراقبـة من النـوع الثاني (Type II Censoring Data) وكانت البيانات المتاحة هي أوقات الاشتغال التجميعية T_r وعدد مشاهدات الفشل r. فتشكلت البيانات الأُسية ذات المجاميع وباستخدام توزيع K-Erlang برهن اختبار الفرضية رفض التوزيع الأُسي إذا كان غير مناسب حتى بدون معرفة أوقات الفشل المفردة للمركبات.

عـام ٢٠٠٠ قـام (Coit and JIN)[١٣] بتطـوير واشـتقاق طريقـة الإمكـان الأعظم لتوزيع كاما ذي المعلمتين في حالة وجود أوقات فشل مفقودة وذلك بالاعتماد علـى أوقـات الاشـتغال التجميعيـة T_{rj} وعـدد حـالات الفشـل r وتقـدير معلمـة الشـكل

باستخدام طريقة نيوتن– رافسن، وتم استخدام أسلوب المحاكاة لتوليد البيانات المطلوبة وحساب كل من المعدل (Mean) والوسيط (Median) والخطأ المعياري (Standard Error) والخطأ المعياري للبيانات التامة (غير المراقبة) (Standard Error Uncensored) للمعلمات المقدرة.

عام ٢٠٠٢ قام (البياتي، حسام نجم عبود)[٢] بدراسة مقارنة لطرائق تقدير المعلمات ودالة المعولية لتوزيع ويبل ذي المعلمتين، إذ اقترح طريقة تعتمد على المعلومات الأولية أطلق عليها طريقة بيز الموزون، واستخدم أسلوب المحاكاة للمقارنة بين هذه الطريقة والطرائق الأخرى وهي طريقة بيز القياسي، وطريقة التقلص، وطريقة الإمكان الأعظم، وطريقة العزوم، وطريقة المربعات الصغرى، وقد تم التوصل الى ان طريقة بيز الموزون وطريقة التقلص هي أفضل الطرائق التي تعتمد على المعلومات الأولية، وفيما يتعلق بالطرائق التقليدية كانت طريقة الإمكان الأعظم هي أفضل الطرائق الكلاسيكية في التقدير.

عام ٢٠٠٣ قدم (Wiens, Cheng and Beaulieu)[٣١] بحثاً يتضمن صنف من المقدرات لعائلة توزيع كاما ذي المعلمتين بالاعتماد على ثلاثة عزوم للعينة وهذه العائلة من المقدرات تتميز بأنها سهلة الحساب مقارنة بمقدرات الإمكان الأعظم أما من حيث الكفاءة فأنها تمتلك خاصية الحصانة ضد المشاهدات التي تؤثر على كفاءة هذه المقدرات.

عام ٢٠٠٣ أيضاً قام (Sarhan, El- Gohary)[٢٦] بإيجاد مقدرات الإمكان الأعظم وبيز للمعلمات ودالة المعولية ($\theta_1, \theta_2, R_1, R_2$) لنظام مؤلف من مركبتين مستقلتين مرتبطتين على التوالي وان وقت الحياة لكل مركبة يتبع توزيع باريتو على فرض ان معلمة الشكل معلومة. وتم استخدام التوزيعات المثلثية المتماثلة كتوزيعات أولية لإيجاد مقدرات بيز للمعلمات المجهولة وذلك بالاعتماد على بيانات اختبار الحياة المحتجبة واستخدام أسلوب المحاكاة لإجراء ما يلي:

١- المقارنة بين مقدرات بيز والإمكان الأعظم لمعلمات التوزيع.

٢- دراسة تأثير مستوى الإخفاء وكذلك تأثير حجم العينة على دقة المقدرات التي يتم الحصول عليها.

عام ٢٠٠٤ قامت (العبيدي، نادية جعفر فزع)[٤] باستخدام توزيع كاما العام كأنموذج للفشل لتقدير خصائص المعولية (دالة المعولية، ومتوسط زمن الفشل، وتباين زمن الفشل) لذلك التوزيع مستخدمة طريقتي الإمكان الأعظم وبيز القياسي والمقارنة بين هاتين الطريقتين بتوظيف أسلوب المحاكاة.

عام ٢٠٠٥ قام (Nadarajah)[٢٢] باشتقاق تعابير واضحة للمعولية R ذات الشكل الجبري ($R = Pr(X< Y)$) لستة عوائل مرنة لتوزيعات كاما الثنائية، وذلك عندما X و Y متغيرات عشوائية معتمدة لها توزيع كاما الثنائي بدالة كثافة احتمالية مشتركة (f) ودالة معولية مشتركة.

عام ٢٠٠٥ أيضاً قام (الأسدي، عادل عبد الكاظم حسين)[١] بإجراء مقارنة بين المقدرات التي يتم الحصول عليها باستخدام طرائق التقدير التقليدية والمحورة لكل من طريقتي الإمكان الأعظم والعزوم لكل معلمة من معلمات توزيع كاما ذي المعلمات الثلاث وذلك باستخدام مقياسي التحيز (Bias) ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) بأسلوب المحاكاة لغرض الحصول على أفضل طريقة تقدير.

(١-٤) بعض المفاهيم الأساسية: *Some Principle Concepts*

يمكن تمييز أي توزيع من توزيعات الفشل بمجموعة دوال معرفة على المدة $(0,\infty)$ للمتغير العشوائي T ممثلاً الوقت حتى حدوث الفشل لأي مفردة الذي عادة ما يكون متغيراً عشوائياً مستمراً وهذه الدوال هي:

(١-٤-١) دالة الكثافة للفشل: *Failure Density Function*

تعرف هذه الدالة بأنها احتمال فشل المفردة أو النظام خلال المدة {t < T < t + Δt} بغض النظر عن صغر المدة Δt، ويطلق على هذه الدالة أيضاً اسم دالة التكرار (Frequency Function) أو تسمى بنسبة الفشل اللاشرطية (Unconditional Failure Rate)، ويرمز لها بالرمز $f_T(t)$، أما التعبير الرياضي لها فيكون على النحو الآتي[٤]:

$$f_T(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Pr(t < T < t + \Delta t)}{\Delta t} \qquad ;t \geq 0 \qquad (١-١)$$

وان دالة الكثافة للفشل لها خصائص دالة الكثافة الاحتمالية (Probability Density Function (p.d.f)) أي ان[١٧]:

$$f_T(t) \geq 0, \int_0^{\infty} f_T(t)dt = 1$$

(١-٤-٢) دالة توزيع الفشل: *Failure Distribution Function*

إن لدالة الكثافة للفشل دالة توزيع الفشل يرمز لها بالرمز $F_T(t)$ وتعرف بأنها احتمال فشل المفردة أو النظام قبل الوقت t، ويكون التعبير الرياضي لدالة توزيع الفشل كالآتي[٤]:

$$F_T(t) = \Pr(T < t)$$

$$= \int_0^t f_T(u)du \qquad ;t \geq 0 \qquad (١-٢)$$

وتسمى هذه الدالة أحياناً بدالة اللامعولية (Unreliability Function) وهي دالة رتيبة متزايدة (Monotonic Increasing Function) إذ أن[١٧]:

$$F(0) = 0, \lim_{t \to \infty} F(t) = 1$$